Volume 4, Issue 1	BUILDING & MANAGEMENT http://www.polired.upm.es/index.php/Building & Management	GESTION EN EDIFICACION
JAUNARY — APRIL	J. García "Influence of the cracking moment of two reinforced concrete beams obtained	
YEAR 2020	Management, vol. 4 (1), pp. 07-20, 2020	BUILDING & MANAGEMENT
ISSN 2530-8157	http://dx.doi.org/10.20868/bma.2020.1.4662 PAPER BM_20_10_01	ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE EDIFICACIÓN
		UNIVERSIDAD FOLHECNICA DE MADRID

Influence of the cracking moment of two reinforced concrete beams obtained through fiber optic sensors in the determination of their instant deflections

Influencia del momento de fisuración de dos vigas de hormigón armado obtenido mediante sensores de fibra óptica en la determinación de sus flechas instantáneas

JULIÁN GARCÍA DÍAZ

Building engineer, School of Building Engineering Universidad Politécnica de Madrid, 28040, Madrid, Spain. julian.garcia@ciccp.es

This article investigates the measurement of the real instantaneous deflection using a displacement transducer, and with fiber optic sensors embedded and welded to the corrugated rebars in order to determine the real cracking moment of the concrete. Two reinforced concrete beams simply resting on the support with point loading in the center of the span have been tested, at which point the maximum deflection is reached. Both the sensors and the displacement transducer have been placed in the center of the span. Different loading steps have been applied to the beams, using a loading cylinder, and the measurement of the load applied has been determined using a loading cell. During the loading process of the beams, the real moment at which they cracked has been determined, and which determines the change from the gross inertia to the cracked inertia in the study of the deflections. Two expressions have been deduced that modify the formula of the instantaneous deflection and demonstrate that they are valid to determine in a much more precise way the instantaneous deflections on simply resting on the support concrete beams. Future lines of research will concentrate on studying the instantaneous deflections of more complex beams, and thus obtain expressions that more closely approximate their actual behaviour.

Fiber optic sensors embedded in concrete, Displacement transducer, cracking, deflection, Fiber Bragg Grating, Monitoring.

Este artículo investiga la medida de la flecha instantánea real mediante un transductor de desplazamiento, y con sensores de fibra óptica embebidos y soldados a las barras de acero corrugado con el objeto de determinar el momento de fisuración real del hormigón. Se han ensayado dos vigas de hormigón armado simplemente apoyadas con carga puntual en el centro del vano, punto en el que se alcanza la máxima flecha. Tanto los sensores como el transductor de desplazamiento se han colocado en el centro del vano. Se han sometido a las vigas a diferentes escalones de carga, mediante un cilindro de carga, y las medidas de las cargas aplicadas se han recogido mediante una célula de carga. Durante el proceso de carga de las vigas se ha determinado el momento real en el que fisuran, y que determina el cambio de la inercia bruta a la inercia fisurada en el estudio de las flechas. Se han deducido dos expresiones que modifican la fórmula de la flecha instantánea, y que demuestran que son válidas para determinar de una manera mucho más precisa las flechas instantáneas de vigas de hormigón simplemente apoyadas. Futuras líneas de investigación se centrarán en estudiar las flechas instantáneas de vigas más complejas, y obtener así expresiones que acerquen de una manera más precisa su comportamiento real.

Sensores de fibra óptica embebidos en hormigón, Transductor de desplazamiento, fisuración, flecha, Red de Bragg, Monitorización.

1. INTRODUCCIÓN

as flechas en las estructuras de hormigón son las principales causantes de patologías en la edificación. Una flecha excesiva puede causar fisuras en tabiquerías, grietas o roturas en pavimentos, en fachadas.

Así pues, el control de las flechas es un elemento fundamental

en el buen funcionamiento del edificio.

Con la colocación de sensores de fibra óptica embebidos en hormigón y soldados a las barras de acero corrugado, podemos determinar de una manera precisa el momento en el que se produce la primera fisura en el elemento estructural en estudio. Este procedimiento de determinación de la primera fisura ha sido estudiado por [1]. En dicho estudio se determina la aparición de la primera fisura mediante un salto significativo en la deformación del acero en el momento de producirse esta.

Una vez determinado el momento de fisuración real del elemento estructural, se puede determinar de una manera más precisa la flecha de este, ya que la inercia fisurada comienza a tenerse en cuenta en el instante de producirse la fisura, con lo que la evaluación de la flecha se determina de una manera mucho más real. En el estudio de la flecha realizado por este autor en [2] se analizan las dos vigas de hormigón armado incluidas en este estudio. La novedad que recoge este artículo es por un lado la utilización del momento de fisuración real obtenido en el estudio realizado en [1], con una metodología diferente a la realizada en [2], y cuyo valor se acerca más a la realidad del comportamiento de las dos estructuras estudiadas, y la obtención del factor w en la Etapa I con un valor constante de 2.

Se han estudiado dos vigas de hormigón armado de diferentes secciones y armados. Tal y como hemos comentado, el momento en que se produce la fisuración del hormigón tiene un protagonismo decisivo en la evaluación de la flecha de los elementos estructurales.

Se ha investigado mucho acerca de la fisuración de elementos estructurales de hormigón [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16], [17], [18], [19], [20], [21], [22], [23], [24]. Estos métodos detectan las fisuras en elementos estructurales por diferentes métodos, la diferencia con el método estudiado por el autor de este artículo es que además de detectar la primera fisura en el elemento estructural, se conoce la deformación real del acero que compone la estructura.

Los sensores de fibra óptica también han sido muy empleados para estudiar deformaciones[25], [26], [27], [28], [29] y flechas [30], [31], [32], [33], [34], [35], [36], objeto de este artículo.

La novedad que se introduce en este artículo es poder realizar la medida de la flecha real de dos vigas de hormigón armado conociendo el instante preciso en el que fisura el hormigón, y como a partir de ese momento las flechas reales medidas por el transductor de desplazamiento coinciden con las obtenidas por el cálculo tradicional de resistencia de materiales con las vigas fisuradas, demostrando que se trata de un sistema eficaz para la medida real de las flechas en vigas de hormigón.

2. MATERIALES Y MÉTODO

Se han construido dos vigas de hormigón armado a las que se les han embebido sensores de fibra óptica de deformación y temperatura, con los armados y secciones que se muestran en las Figuras 1 a 2.



Fig. 1. (a) Armado de viga de 200x300 mm y posición de los sensores de deformación y temperatura y (b) Sección de la viga de 200x300 mm.



Fig. 2. (a) Armado de viga de 300x500 mm y posición de los sensores de deformación y temperatura (b) Sección de la viga de 300x500 mm.

Los sensores de deformación que se han utilizado son soldables tipo FS62WSS (Fig. 3) de la marca comercial HBM.



Fig.3. Sensor de deformación soldable tipo FS62WSS.

Los sensores de temperatura utilizados son del tipo FS63 (Fig. 4), también de HBM.



Fig. 4. Sensor de temperatura tipo FS63.

Para monitorizar las vigas de hormigón se han fabricado arrays compuestos por dos sensores de deformación tipo FS62WSS, y un sensor de temperatura, tipo FS63. Los sensores están unidos entre si formando una cadena con fibra óptica. En los extremos de la cadena se han colocado unos terminales para poder conectar al interrogador.

El interrogador utilizado es el FS22, de la marca comercial HBM. Está diseñado para interrogar a los sensores basados en la Red de Bragg (FBG). Utiliza la tecnología de barrido continuo por láser, e incluye una referencia de longitud de onda rastreable que proporciona una calibración continua y garantiza la precisión del sistema a largo plazo. La combinación de alto rango dinámico y alta potencia de salida proporciona una alta resolución incluso para cables de fibra largos y/o conexiones con pérdida (Fig. 5).



Fig. 5. Interrogador FS22 de 8 canales.

El interrogador se conecta a un ordenador, provisto de un software específico para la recogida de datos de temperatura y deformación que envían los sensores de fibra óptica en tiempo real. Este software ofrece los datos de deformación en μ m/m y los de temperatura en °C.

La flecha que adquieren los elementos estructurales se va a medir mediante un transductor de desplazamiento potenciometrico lineal de 20 mm, precisión 0,1% (Fig. 6).



Fig. 6. Transductor de desplazamiento.

El transductor de desplazamiento es compatible con el amplificador MX1615B. Se unirá a un sistema de adquisición de datos Quantum X MX1615 de HBM (Fig. 7).



Fig. 7. Sistema de adquisición de datos Quantum X MX 1615.

Las cargas sucesivas se van a aplicar mediante una prensa hidráulica que presionará a una célula de carga tipo RTN de 10 Tn, de torsión anular, cuyas características se describen en la tabla 1.

	V	IGA DE 200x300 mm		
Carga Nominal (Tn)	Clase de precisión	Cuerpo de medición	Protección	Tipo cable
10	0.05	Acero Inoxidable	IP68 (EN60529)	4 hilos apantallado

Tabla 1. Características de la célula de carga RTN de 10 Tn.

Y para la viga de 300x500 mm una célula de carga tipo RTN de 100 Tn. de carga máxima de torsión anular, cuyas características se describen en la tabla 2.

VIGA DE 300x500 mm						
Carga Nominal (Tn)	Clase de precisión	Cuerpo de medición	Protección	Tipo cable		
100	0.05	Acero Inoxidable	IP68 (EN60529)	4 hilos apantallado		

Tabla 2: Características de la célula de carga RTN de 100 Tn.

Ambas células de carga (Fig. 8) de la marca comercial HBM con Declaración de Conformidad de la Unión Europea No. 238/ 2017-07 conectadas a un sistema de adquisición de datos Quantum X MX1615, 16 canales.



Fig. 8. Célula de carga RTN de HBM.

Una vez analizados los instrumentos a emplear para realizar la investigación, en la (Fig. 9) se muestra el dispositivo ya montado.



Fig. 9. Célula de carga y transductor de desplazamiento montado en vigas de 200x300 mm (a) y 300x500 mm.(b).

Los terminales de fibra óptica se conectan al interrogador, mientras que las células de carga y transductores de desplazamiento al sistema de adquisición de datos Quantum X MX1615. El interrogador y el sistema de adquisición de datos se conectan a un ordenador que posee el software Catman Easy para interpretar las lecturas de todos los componentes (Fig. 10).



Fig. 10. Conexiones a interrogador, sistema de adquisición de datos, y ordenador.

Una vez realizadas las conexiones, se comienza a realizar el experimento.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La fórmula de la flecha instantánea para una viga simplemente apoyada viene dada por la expresión (Fórmula 1):

$$f = \frac{P^*L^3}{48^*E^*I}$$
(1)

La inercia equivalente viene dada por la Fórmula 2.

$$I_{e} = \left(\frac{M_{f}}{M_{a}}\right)^{3} * I_{b} + \left[1 - \left(\frac{M_{f}}{M_{a}}\right)^{3}\right] * I_{f} \le I_{b}$$
(2)

Donde Mf es el momento nominal de fisuración de la sección, que viene dado por la Fórmula 3.

$$M_{f} = f_{ctm} * W_{b}$$
(3)

W_b es el módulo resistente de la sección bruta, que debe ser calculado antes de fisurar, según el libro del profesor Calavera, con la expresión para secciones rectangulares (Fórmula 4).

$$W_{b} = \frac{b * h^{2}}{6}$$
(4)

 M_a es el momento flector máximo aplicado, para la combinación característica, a la sección hasta el momento en que se evalúe la flecha.

Distinguiremos dos estados en las vigas ensayadas, el Estado I, previo a la fisuración, y el Estado II, de pieza fisurada.

Tal y como se ha demostrado en el estudio de las deformaciones de las vigas, la fisuración comienza mucho antes de lo que marca, según los cálculos teóricos, el momento de fisuración.

Además, y citando de nuevo al profesor Calavera "Entre labios de fisura, el acero desarrolla él solo todo el esfuerzo de tracción, pero, entre fisuras, se produce el anclaje de la armadura en el hormigón y se transfiere a este parte de la fuerza de tracción del acero. Si la tracción del hormigón iguala a su resistencia a tracción, se forma una nueva fisura".

El valor El es mínimo en las fisuras, pero entre fisuras se produce un incremento de este valor, de lo que se deduce que, siendo constante el valor de E, la variación en los cálculos la proporciona el momento de inercia de la sección.

Las vigas que se han estudiado siguen el esquema que se muestra en la Figura 11, donde se muestra las dimensiones, punto de aplicación de las cargas y posición de los sensores de fibra óptica. INFLUENCE OF THE CRACKING MOMENT OF TWO REINFORCED CONCRETE BEAMS OBTAINED THROUGH FIBER OPTIC SENSORS IN THE DETERMINATION OF THEIR INSTANT DEFLECTIONS. J. GARCÍA DÍAZ, (2020). BUILDING & MANAGEMENT, 4 (1): 07-20

Luego:





3.1. VIGA DE 200X300 MM

La medida de las flechas en la viga se ha realizado con el transductor de desplazamiento que se muestra en la Figura 12. Se ha sometido a la viga a diferentes escalones de carga y se han ido anotando los valores de las flechas obtenidas por la medida del transductor de desplazamiento.



Fig. 12. Transductor de desplazamiento, célula de carga y cilindro de carga.

Recordemos los datos de laboratorio del hormigón utilizado (Tabla 3):

5.4 MPa
54.6 MPa
33400 MPa

Tabla 3: Resultados de laboratorio del hormigón empleado en la viga de 200x300 mm.

Se calcula el momento de fisuración teórico aplicando la Fórmula 1, obteniendo el siguiente resultado:

Inercia bruta de la sección (Fórmula 5).

$I_b = 45.000 \text{ cm}^4$ (5)							
La flecha instantánea en la Etapa I, en la que la viga no ha fisurado, para las distintas cargas aplicadas, será (Tabla 4).							
Carga (kN)	Momento (mkN)	Transductor de desplazamiento (mm)	Flecha instantánea (mm)				
0.56	0.42	0.05	0.02				
2.49	1.87	0.19	0.09				
3.85	2.89	0.30	0.14				
5.08	3.81	0.41	0.19				

 $I_b = \frac{b^*h^3}{12}$

(4)

3.85	2.89	0.30	0.14
5.08	3.81	0.41	0.19
6.88	5.16	0.54	0.26
8.07	6.05	0.68	0.30
9.05	6.79	0.93	0.40
13.59	10.19	2.10	1.38
14.15	10.61	2.20	1.53
15.34	11.51	2.57	1.88
17.69	13.27	3.00	2.58
19.09	14.32	3.28	3.01
20.01	15.01	3.66	3.29

Tabla 4: Relación entre cargas aplicadas y flechas instantáneas reales y de cálculo.

En la Figura 13 observamos el comportamiento real de la viga frente a los cálculos teóricos con la viga antes de fisurar según los cálculos realizados con la resistencia a tracción teórica del hormigón.



Fig. 13. Flecha instantánea real y de cálculo en la Etapa I.

Una vez que se alcanza el momento de fisuración del hormigón, la inercia de la viga cambia.

Para calcular la inercia fisurada de la viga, necesitamos previamente conocer la profundidad de la fibra neutra de la sección (F.N.) (Fig. 14).



Fig. 14. Esquema de la sección. Zona de tracción y compresión y profundidad de la fibra neutra.

La expresión de la profundidad de la fibra neutra viene dada por la Fórmula 6.

$$x_{fis} = n^{*} \rho_{2}^{*} \left(1 + \frac{\rho_{1}}{\rho_{2}} \right)^{*} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2^{*} \left(1 + \frac{\rho_{1}^{*} * d}{\rho_{2}^{*} * d} \right)}{n^{*} \rho_{1}^{*} \left(1 + \frac{\rho_{1}}{\rho_{2}} \right)^{2}}} \right]$$
(6)

Aplicando esta expresión, obtenemos la profundidad de la F.N. cuyo valor es de 52.60 mm.

Una vez conocida la profundidad de la fibra neutra, obtenemos la inercia fisurada mediante la expresión (Fórmula 7).

$$I_{fis} = n^* A_{s2}^* (d - x_{fis})^* \left(d - \frac{x_{fis}}{3} \right) + n^* A_{s1}^* \left(x_{fis} - d' \right)^* \left(\frac{x_{fis}}{3} - d' \right)$$
(7)

El valor de la inercia fisurada es de 73.651.197.11 mm⁴.

Con este dato, evaluamos la flecha con la viga fisurada (Tabla 5).

Carga (kN)	Momento (mkN)	Transductor de desplazamiento (mm)	Flecha instantánea fisurada (mm)
22.71	17.03	4.30	5.19
25.42	19.06	5.25	5.81
26.64	19.98	5.63	6.09
29.11	21.83	6.65	6.66
30.45	22.84	6.96	6.96
33.80	25.35	8.58	7.73
35.57	26.67	9.00	8.13
37.75	28.31	11.14	8.63

Tabla 5: Relación entre cargas aplicadas y flechas instantáneas reales y de cálculo con la viga fisurada.

En la Figura 15 se muestra el comportamiento real obtenido por el transductor de desplazamiento frente al cálculo teórico de las flechas con la inercia fisurada.



Fig. 15. Flecha instantánea real y de cálculo en la Etapa II.

Tanto la gráfica de la flecha en la Etapa I y en la Etapa II no muestran una convergencia clara entre los valores teóricos y los reales obtenidos por el transductor de desplazamiento.

Para el caso de la Etapa II, vamos a utilizar el concepto de inercia equivalente formulado por Branson (Fórmula 2), con el que observaremos una mayor convergencia en los resultados.

$$I_{e} = \left(\frac{M_{f}}{M_{a}}\right)^{3} * I_{b} + \left[1 - \left(\frac{M_{f}}{M_{a}}\right)^{3}\right] * I_{f} \le I_{b}$$
(2)

La fórmula de Branson determina la inercia equivalente de la sección, que es una inercia intermedia entre la bruta y la fisurada. La verdadera ley de inercias de la viga es la representada en la Figura 16.



Fig. 16. Ley de Inercias de la viga fisurada.

Donde vemos que la Inercia Equivalente, es un valor promedio entre la Inercia Bruta (Ib) y la fisurada (If).

Entre fisuras, tal y como enuncia el Profesor Calavera, el hormigón trabaja, y colabora con el acero en la deformación. La tensión existente entre fisuras del hormigón es la llamada Tensión Stiffening.

Además, se ha observado que, en el instante de producirse la fisura en la viga, el factor w cambia del Estado I al Estado II no de manera inmediata. Así, consideraremos el primer estado de carga con la viga fisurada con el factor w₁, para pasar

en el siguiente a w_1. El factor w_1 considera la relación de armado de la viga en compresiones y tracciones, según la Fórmula 8.

$$w_{II} = 1 + \left(0.1 * \frac{A_{s1}}{A_{s2}}\right)$$
 (8)

La expresión de la flecha instantánea es (Fórmula 9).

$$f = w_{II}^* \frac{P^* L^3}{48^* E^* I_{eq}}$$
(9)

Utilizaremos el valor del momento de fisuración real del hormigón, M_{fis} = 6.38 mkN, con el que determinaremos los valores reales de cálculo de la flecha de la viga en estudio (Tabla 6).

Canca	MONENTO	TRANSDUCTOR DE	FLECHA
	(michi)	DESPLAZAMIENTO	INSTANTÁNEA CON
(KIN)	(mkin)	(mm)	FACTOR WII (mm)
9.05	6.79	0.93	0.79
13.59	10.19	2.10	1.52
14.15	10.61	2.20	1.69
15.34	11.51	2.57	2.06
17.69	13.27	3.00	2.84
19.09	14.32	3.28	3.31
20.01	15.01	3.66	3.61
22.71	17.03	4.30	4.50
25.42	19.06	5.25	5.36
26.64	19.98	5.63	5.74
29.11	21.83	6.65	6.49
30.45	22.84	6.96	6.89
33.80	25.35	8.58	7.86
35.57	26.67	9.00	8.36
37.75	28.31	11.14	8.97

Tabla 6: Flecha real y teórica en función de las cargas aplicadas utilizando la inercia equivalente, el factor w11 y el momento de fisuración real del hormigón.

La Figura 17 muestra la relación entre la carga aplicada y la flecha obtenida mediante el transductor de desplazamiento y el valor teórico con el momento de fisuración real del hormigón, utilizando la inercia equivalente.



Fig. 17. Relación entre cargas aplicadas y flecha teórica con inercia equivalente y momento de fisuración real del hormigón, comparada con flecha real obtenida con el transductor de desplazamiento.

Para completar el estudio de la flecha, ya que el momento de fisuración real es de 6.38 mkN, la relación entre cargas aplicadas y flecha instantánea real y de cálculo en la Etapa I es (Tabla 7):

Carga (kN)	Momento (mkN)	Transductor de desplazamiento (mm)	Flecha instantánea (mm)
0.56	0.42	0.05	0.02
2.49	1.87	0.19	0.09
3.85	2.89	0.30	0.14
5.08	3.81	0.41	0.19
6.88	5.16	0.54	0.26
8.07	6.05	0.68	0.30

Tabla 7: Relación entre cargas aplicadas y flecha instantánea real y de cálculo en la Etapa I con el momento de fisuración real.

En la Figura 18 observamos las curvas de flechas obtenidas con el transductor de desplazamiento, y la teórica en la Etapa I.



Fig. 18. Relación entre cargas aplicadas y flecha instantánea real y de cálculo en Etapa I con Mfis real.

Observando este gráfico deducimos que, en la realidad, la viga adquiere más flecha de la que indican los cálculos teóricos.

Es evidente que existen factores reológicos, no tenidos en cuenta, que hacen que las estructuras se deformen en el proceso de fraguado y adquisición de resistencia, pero en los cálculos teóricos estos factores no se valoran.

Cuando la viga no ha fisurado, en la Etapa I, el factor w descrito anteriormente, por las experiencias realizadas, tiene un valor de 2.

Así pues, para una viga simplemente apoyada, con una carga puntual en el centro del vano, la expresión de la flecha instantánea en la Etapa I queda como sigue (Fórmula 10).

$$f = w_I^* \frac{P^* L^3}{48^* E^* I}$$
(10)

Building & Management Volume 4 Issue 1 January - April 2020

Si aplicamos este factor a la flecha instantánea de cálculo, veamos qué ocurre (Tabla 8):

Carga (kN)	Momento (mkN)	Transductor de desplazamiento (mm)	Flecha INSTANTÁNEA (mm)
0.56	0.42	0.05	0.04
2.49	1.87	0.19	0.19
3.85	2.89	0.30	0.29
5.08	3.81	0.41	0.38
6.88	5.16	0.54	0.51
8.07	6.05	0.68	0.60

Tabla 8: Relación entre cargas aplicadas y flechas instantáneas real y de cálculo en Etapa I aplicando el factor corrector w.

Las curvas ahora convergen mucho mejor (Fig. 19). Este mismo caso se va a estudiar en la viga de 300x500 mm, para comprobar que es un factor adecuado para el estudio de las flechas instantáneas tanto en la Etapa I como en la Etapa II.



Fig. 19. Relación entre cargas aplicadas y flecha instantánea real y de cálculo con factor w en la Etapa I con Mfis. real.

Una	vez	realiza	das	las	corre	ccione	s al	•	estudio	de	la	flecha
instar	ntáne	a vistas	ante	eriori	nente,	la To	abla	9	muestro	a la	Eta	paly
Etapo	a II er	n su conj	unto.									

CARGA	MOMENTO	Transductor de	Flecha instantá-
(kN)	(mkN)	DESPLAZAMIENTO	NEA (mm)
0.56	0.42	0.05	0.04
2.49	1.87	0.19	0.19
3.85	2.89	0.30	0.29
5.08	3.81	0.41	0.38
6.88	5.16	0.54	0.51
8.07	6.05	0.68	0.60
9.05	6.79	0.93	0.79
13.59	10.19	2.10	1.52
14.15	10.61	2.20	1.69
15.34	11.51	2.57	2.06
17.69	13.27	3.00	2.84
19.09	14.32	3.28	3.31
20.01	15.01	3.66	3.61
22.71	17.03	4.30	4.50
25.42	19.06	5.25	5.36
26.64	19.98	5.63	5.74
29.11	21.83	6.65	6.49
30.45	22.84	6.96	6.89
33.80	25.35	8.58	7.86
35.57	26.67	9.00	8.36
37.75	28.31	11.14	8.97

Tabla 9: Relación de cargas aplicadas y flecha instantánea de cálculo en Etapas I y II, y flecha instantánea obtenida con el transductor de desplazamiento.

En la Figura 20 se muestra la curva de la flecha teórica y la obtenida mediante el transductor de desplazamiento, aplicando el factor w en la Etapa I, y la inercia equivalente en la Etapa II.



Fig. 20. Gráfico de la flecha instantánea de la viga de 200x300 mm en todo el proceso de carga.

3.1. VIGA DE 300 X 500 MM

Se ha analizado la flecha instantánea de una viga de 200x300 mm en el apartado anterior. En base a este estudio,

vamos a comprobar qué sucede con una viga de 300x500 mm, con armaduras diferentes en tracción y compresión, para, de este modo, corroborar que los resultados obtenidos se cumplen también en este caso.

La medida de las flechas en la viga se ha realizado con el transductor de desplazamiento que se muestra en la Figura 23. Se ha sometido a la viga a diferentes escalones de carga y se han ido anotando los valores de las flechas obtenidas por la medida del transductor de desplazamiento.



Fig. 21. Transductor de desplazamiento, célula de carga y cilindro de carga.

Se ha realizado una inspección visual de las fisuras (Fig. 24), y se han ido anotando las cargas aplicadas en cada fisura.



Fig. 22. Inspección visual de las fisuras.

En dicha inspección visual se ha podido determinar la carga para la que se ha producido la primera fisura, cuyo valor es de 58 kN (Fig. 25).



Fig. 23. Aparición de la primera fisura para una carga de 58 kN en inspección.

Tal y como se comentó en el apartado de deformación, existe un salto significativo en la deformación de las barras R1 y R2 para una carga de 54 kN, frente a los 58 kN observados en la inspección visual. Dado que el dato de la fibra óptica es evidentemente más preciso que el de la inspección visual, tomamos como carga para la que la viga fisura 54 kN.

Los datos obtenidos por el laboratorio que ha roto las probetas tomadas el día en que se hormigonó la viga, y rotas el día que se realizó el ensayo, son (Tabla 10):

HORMIGÓN VIGA DE 300x500 mm		
Resistencia a flexotracción	8.9 MPa	
Resistencia a compresión	58.8 MPa	
Módulo de Elasticidad	33053 MPa	

Tabla 10: Resultados de laboratorio del hormigón empleado en la viga de 300x500 mm.

Se calcula el momento de fisuración teórico aplicando la Fórmula 1, obteniendo el siguiente resultado:

$$M_{f} = 111.25 \text{ mkN}$$

Inercia bruta de la sección (Fórmula 5).

$$I_{b} = \frac{b^*h^3}{12} \tag{5}$$

Luego:

$$I_{\rm b} = 312.500 \ {\rm cm}^4$$

La flecha instantánea en la Etapa I, en la que la viga no ha fisurado, para las distintas cargas aplicadas, será (Tabla 11).

Carga (kN)		Transductor de	Flecha
	(mkN)	DESPLAZAMIENTO	INSTANTÁNEA
	(ткіч)	(mm)	(mm)
5.20	3.90	0.04	0.03
10.41	7.81	0.08	0.06
15.24	11.43	0.18	0.08
20.26	15.20	0.25	0.11
25.11	18.83	0.28	0.14
30.02	22.52	0.31	0.16
35.01	26.26	0.37	0.19
40.32	30.24	0.42	0.22
43.42	32.57	0.50	0.24
54.00	40.50	0.68	0.29
60.54	45.41	0.80	0.33
70.00	52.50	0.98	0.38
80.37	60.28	1.16	0.44
90.00	67.50	1.62	0.49
101.20	75.90	1.83	0.55
110.30	82.73	2.21	0.60
120.80	90.60	2.55	0.66
131.30	98.48	2.90	0.72
142.10	106.58	3.55	0.77

Tabla 11: Relación entre cargas aplicadas y flechas instantáneas reales y de cálculo en Etapa I con los datos del método de Resistencia de Materiales. La Figura 24 muestra la relación entre la flecha instantánea obtenida con el transductor de desplazamiento, y la obtenida por cálculo a través de los datos del cálculo de resistencia de materiales.



Fig. 24. Flecha instantánea real y de cálculo en Etapa I.

Del mismo modo que hicimos en la viga de 200x300 mm, calculamos la profundidad de la F.N. y la Inercia Fisurada de la sección.

La profundidad de la fibra neutra tiene un valor de 116.14 mm, y el valor de la Inercia Fisurada 891.278.445.85 mm⁴.

Estudiamos ahora la Etapa II, en que la viga está fisurada (Tabla 12):

Carga (kN)	Momento (mkN)	Transductor de desplazamiento (mm)	Flecha instantánea fisurada (mm)
150.00	112.50	3.72	2.86
170.50	127.88	4.05	3.26
182.10	136.58	4.43	3.48
201.20	150.90	4.94	3.84
210.00	157.50	5.34	4.01
230.60	172.95	5.72	4.40
252.20	189.15	6.39	4.82
275.20	206.40	7.06	5.25

Tabla 12: Relación entre cargas aplicadas y flecha instantánea real y de cálculo en Etapa II.

En la Figura 25 se muestra el comportamiento real obtenido por el transductor de desplazamiento frente al cálculo teórico de las flechas con la inercia fisurada.



Fig. 25. Relación entre cargas aplicadas y flecha instantánea real y de cálculo en Etapa II.

Igual que ocurrió con la viga de 200x300 mm, la gráfica de la flecha en la Etapa I y en la Etapa II no muestran una convergencia clara entre los valores teóricos y los reales obtenidos por el transductor de desplazamiento. Utilizaremos para el caso de la Etapa II el concepto de inercia equivalente formulado por Branson, con el que observaremos una mayor convergencia en los resultados. Además, aplicaremos el factor w_{II} enunciado anteriormente, cuya expresión es (Fórmula 8).

$$w_{II} = 1 + \left(0.1 * \frac{A_{s1}}{A_{s2}}\right) \tag{8}$$

Utilizaremos el valor del momento de fisuración real del hormigón, obtenida por los sensores en el apartado de deformación M_{fis} = 40.50 mkN, con el que determinaremos los valores reales de cálculo de la flecha de la viga en estudio (Tabla 13).

			Flecha
CARGA	MOMENTO		INSTANTÁNEA
(kN)	(mkN)	DESPLAZAMIENTO	CON FACTOR
		(mm)	₩ı (mm)
54.00	40.50	0.68	0.59
60.54	45.41	0.80	0.70
70.00	52.50	0.98	0.77
80.37	60.28	1.16	1.11
90.00	67.50	1.62	1.45
101.20	75.90	1.83	1.86
110.30	82.73	2.21	2.19
120.80	90.60	2.55	2.57
131.30	98.48	2.90	2.94
142.10	106.58	3.55	3.31
150.00	112.50	3.72	3.57
170.50	127.88	4.05	4.24
182.10	136.58	4.43	4.60
201.20	150.90	4.94	5.19
210.00	157.50	5.34	5.45
230.60	172.95	5.72	6.06
252.20	189.15	6.39	6.69
275.20	206.40	7.06	7.36

Tabla 13: Relación entre carga aplicada y flechas instantáneas real y de cálculo con momento de fisuración real, factor w_{II} e inercia equivalente.

Con la utilización de la inercia equivalente, el factor w_{II} y el momento de fisuración real obtenido con los sensores de fibra óptica embebidos observamos como las curvas de deformación real y de cálculo convergen en mayor medida (Fig. 26).





Con el dato del momento de fisuración real del hormigón, veamos cómo queda la Etapa I (Tabla 14).

Carga (kN)	Momento (mkN)	Transductor de desplazamiento (mm)	Flecha instantánea (mm)
5.20	3.90	0.04	0.03
10.41	7.81	0.08	0.06
15.24	11.43	0.18	0.08
20.26	15.20	0.25	0.11
25.11	18.83	0.28	0.14
30.02	22.52	0.31	0.16
35.01	26.26	0.37	0.19
40.32	30.24	0.42	0.22
43.42	32.57	0.50	0.24

Tabla 14: Relación entre carga aplicada y flechas instantáneas real y de cálculo con momento de fisuración real en Etapa I.

En la Figura 27 se observa en detalle lo mismo que ocurrió en la viga de 200x300 mm, las curvas de flecha instantánea real y de cálculo distan bastante de converger, por lo que aplicaremos el factor w descrito en el apartado anterior.



Fig. 27. Relación entre carga aplicada y flechas instantáneas real y de cálculo en Etapa I con momento de fisuración real.

El factor w_1 en vigas simplemente apoyadas con carga puntual en el centro del vano para la Etapa I tiene un valor de 2. Veamos qué ocurre cuando lo aplicamos a la viga en estudio (Tabla 15).

Carga (kN)	Momento (mkN)	Transductor de desplazamiento (mm)	Flecha instantánea (mm)
5.20	3.90	0.04	0.06
10.41	7.81	0.08	0.11
15.24	11.43	0.18	0.17
20.26	15.20	0.25	0.22
25.11	18.83	0.28	0.27
30.02	22.52	0.31	0.33
35.01	26.26	0.37	0.38
40.32	30.24	0.42	0.44
43.42	32.57	0.50	0.47

Tabla 15: Relación entre cargas aplicadas y flecha instantánea real y de cálculo en Etapa I con factor w.

A la vista de los resultados obtenidos, tanto en la viga de 200x300 mm, como en la de 300x500 mm, podemos determinar que, en la Etapa I, en la que la viga no ha fisurado, teniendo en cuenta el momento de fisuración real del hormigón obtenido mediante los sensores de fibra óptica, la flecha instantánea se multiplica por un factor w que para la Etapa I tiene un valor de 2 (Fig. 28).



Fig. 28. Flecha instantánea real y de cálculo en Etapa I con factor w.

Una vez realizado el estudio completo de la flecha instantánea de la viga, los valores finales en las dos etapas son (Tabla 16):

Carga (kN)	Momento (mkN)	Transductor de desplazamiento (mm)	Flecha INSTANTÁNEA (mm)
5.20	3.90	0.04	0.06
10.41	7.81	0.08	0.11
15.24	11.43	0.18	0.17
20.26	15.20	0.25	0.22
25.11	18.83	0.28	0.27
30.02	22.52	0.31	0.33
35.01	26.26	0.37	0.38
40.32	30.24	0.42	0.44
43.42	32.57	0.50	0.47
54.00	40.50	0.68	0.59
60.54	45.41	0.80	0.70
70.00	52.50	0.98	0.77
80.37	60.28	1.16	1.11
90.00	67.50	1.62	1.45
101.20	75.90	1.83	1.86
110.30	82.73	2.21	2.19
120.80	90.60	2.55	2.57
131.30	98.48	2.90	2.94
142.10	106.58	3.55	3.31
150.00	112.50	3.72	3.57
170.50	127.88	4.05	4.24
182.10	136.58	4.43	4.60
201.20	150.90	4.94	5.19
210.00	157.50	5.34	5.45
230.60	172.95	5.72	6.06
252.20	189.15	6.39	6.69
275.20	206.40	7.06	7.36

Tabla 16: Relación entre carga aplicada y flechas instantáneas corregidas.

La Figura 29 muestra la convergencia entre las flechas instantáneas real medida con el transductor de desplazamiento, y de cálculo realizadas las correcciones anteriormente explicadas.



Fig. 29. Relación entre cargas aplicadas y flecha instantánea de cálculo corregida.

El método de corrección de las dos vigas en estudio por aplicación por un lado de la fórmula de Branson para la obtención de la inercia equivalente de las secciones, el conocimiento del momento de fisuración real del hormigón obtenido mediante los sensores de fibra óptica embebidos, y el factor w de corrección de las flechas instantáneas, demuestra que la metodología empleada para la determinación de la flecha instantánea de una viga de hormigón simplemente apoyada con carga puntual en el centro del vano es adecuada.

4. CONCLUSIONES

Se han estudiado las flechas instantáneas de dos vigas de hormigón armado. Lo primero que podemos concluir a la vista de los resultados obtenidos es que la expresión de la flecha instantánea en vigas de hormigón simplemente apoyadas con carga puntual en el centro del vano ofrece unos valores diferentes a los observados mediante el transductor de desplazamiento, y que nos da el valor real de la flecha.

Existen dos etapas en el estudio de un elemento estructural, según enuncia el profesor Calavera, la Etapa I, en la que la viga no ha fisurado, y la Etapa II, en la que la viga está fisurada.

Durante el estudio de la Etapa I, se ha observado que la flecha instantánea obtenida con el transductor de desplazamiento es dos veces superior a la obtenida mediante la fórmula de resistencia de materiales tradicional. Se ha creado un factor w₁ para esta etapa I, cuyo valor es 2. Aplicándolo, se observa como las flechas reales y de cálculo convergen de una manera muy satisfactoria.

En el estudio de la Etapa II, en la que la viga está fisurada, se ha calculado la inercia fisurada de la viga, en función de la profundidad de la fibra neutra con la viga fisurada. Mediante este dato, se ha utilizado la fórmula de Branson, que ofrece una inercia equivalente, que es una media ponderada entre la inercia bruta y fisurada de la sección.

Es determinante el conocimiento del momento de fisuración real del hormigón, ya que las vigas fisuran mucho antes de lo que dicen las fórmulas de resistencia de materiales y los datos de laboratorio que han ensayado las probetas a flexotracción.

Una vez conocido el momento de fisuración real del hormigón y las inercias equivalentes, se observa como las flechas instantáneas real y de cálculo convergen mejor, aunque no con la precisión deseada.

En este caso, se ha deducido una expresión, el factor w_{II}, evaluado en función de los armados de las vigas, que aplicado dan como resultado una precisión absoluta entre las flechas teórica y real.

Estos procedimientos han sido probados en las dos vigas estudiadas, para comprobar que el método deducido es válido en vigas de cualquier sección y armado, probando que son válidos para la obtención de las flechas instantáneas en vigas de hormigón simplemente apoyadas con carga puntual en el centro del vano.

5. REFERENCIAS

[1] J. García Díaz, N. Navarro Cano, and E. Rúa Álvarez, "Determination of the Real Cracking Moment of Two Reinforced Concrete Beams Through the Use of Embedded Fiber Optic Sensors," *Sensors (Basel).*, vol. 20, no. 3, 2020, doi: 10.3390/s20030937.

[2] J. García Díaz, N. Navarro Cano, and E. Rúa Álvares, "Análisis de resultados de deformaciones y flechas en dos vigas de hormigón armado monitorizadas con sensores de fibra óptica embebidos = Analysis of deformation and deflection results in two reinforced concrete beams monitored with embedded fibre optic se," *An. Edif. Vol. 5, Núm. 3 Septiembre - Diciembre 2019D0 - 10.20868/ ade.2019.4367*, Dec. 2019.

[3] E. Hover, S. Psomas, and C. Eddie, "Estimating crack widths in steel fibre-

reinforced concrete," *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Construction Materials*, vol. 170, no. 3. pp. 141–152, 2017, doi: 10.1680/jcoma.15.00019.

[4] T. Jiao, Z. Zhou, and H. Xiao, "Investigation into coaxial cable Fabry—Perot interferometers for strain measurement and crack detection in RC structures," *Measurement*, vol. 147, p. 106873, 2019, doi: https://doi.org/10.1016/j.measurement.2019.106873.

[5] K. (Wenhai) Li and M. Gaudet, "High Spatial Resolution Crack Monitoring in Concrete Structures Using a Distributed Fiber Optic Sensor," *J. Nucl. Eng. Radiat. Sci.*, vol. 6, no. 1, Nov. 2019, doi: 10.1115/1.4045124.

[6] Y. Yao, S. Li, Z. Li, S. Li, and Z. Li, "Structural Cracks Detection Based on Distributed Weak FBG," in *26th International Conference on Optical Fiber Sensors*, 2018, p. TuE95, doi: 10.1364/OFS.2018.TuE95.

[7] J. Yan *et al.*, "Concrete Crack Detection and Monitoring Using a Capacitive Dense Sensor Array," *Sensors*, vol. 19, no. 8, p. 1843, 2019, doi: 10.3390/s19081843.

[8] D. Yang, J. Wang, D. Li, and K. S. C. Kuang, "Fatigue crack monitoring using plastic optical fibre sensor," *Procedia Struct. Integr.*, vol. 5, pp. 1168–1175, 2017, doi: https://doi.org/10.1016/j.prostr.2017.07.029.

[9] D. Luo *et al.*, "Concrete beam crack detection using tapered polymer optical fiber sensors," *Measurement*, vol. 88, pp. 96–103, 2016, doi: https://doi.org/10.1016/j.measurement.2016.03.028.

[10] M. Maheshwari, V. G. M. Annamdas, J. H. L. Pang, A. Asundi, and S. C. Tjin, "Crack monitoring using multiple smart materials; fiber-optic sensors & piezo sensors," *Int. J. Smart Nano Mater.*, vol. 8, no. 1, pp. 41–55, Jan. 2017, doi: 10.1080/19475411.2017.1298220.

[11] J. Mao, F. Xu, Q. Gao, S. Liu, W. Jin, and Y. Xu, "A Monitoring Method Based on FBG for Concrete Corrosion Cracking," *Sensors*, vol. 16, no. 7, p. 1093, Jul. 2016, doi: 10.3390/s16071093.

[12] J. Ouyang, X. Chen, Z. Huangfu, C. Lu, D. Huang, and Y. Li, "Application of distributed temperature sensing for cracking control of mass concrete," *Constr. Build. Mater.*, vol. 197, pp. 778–791, 2019, doi: https://doi.org/10.1016/ j.conbuildmat.2018.11.221.

[13] Q. Zhang, Y. Wang, Y. Sun, L. Gao, and Y. Yue, "Hilbert—Huang Transform based method for monitoring the crack of concrete arch by using FBG sensors," *Optik (Stuttg).*, vol. 127, no. 6, pp. 3417—3422, 2016, doi: https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2015.12.087.

[14] L. Wang, X. Xin, J. Song, H. Wang, and Y. Sai, "Finite element analysis-based study of fiber Bragg grating sensor for cracks detection in reinforced concrete," *Opt. Eng.*, vol. 57, no. 2, pp. 1–6, Feb. 2018, doi: 10.1117/1.0E.57.2.027103.

[15] L. Wang, J. Song, Y. Sai, and H. Wang, "Crack Width Analysis of Reinforced Concrete Using FBG Sensor," *IEEE Photonics J.*, vol. 11, no. 1, pp. 1–8, 2019, doi: 10.1109/JPH0T.2019.2891267.

[16] T. Jiang, Y. Hong, J. Zheng, L. Wang, and H. Gu, "Crack Detection of FRP-Reinforced Concrete Beam Using Embedded Piezoceramic Smart Aggregates," *Sensors*, vol. 19, no. 9, p. 1979, 2019, doi: 10.3390/s19091979.

[17] C. Wu, K. Sun, Y. Xu, S. Zhang, X. Huang, and S. Zeng, "Concrete crack detection method based on optical fiber sensing network and microbending principle," *Saf. Sci.*, vol. 117, pp. 299–304, 2019, doi: 10.1016/J.SSCI.2019.04.020.

[18] J. Chakraborty, A. Katunin, P. Klikowicz, and M. Salamak, "Early Crack Detec-

tion of Reinforced Concrete Structure Using Embedded Sensors," *Sensors*, vol. 19, no. 18, p. 3879, 2019, doi: 10.3390/s19183879.

[19] C. V. Dung and L. D. Anh, "Autonomous concrete crack detection using deep fully convolutional neural network," *Autom. Constr.*, vol. 99, pp. 52–58, Mar. 2019, doi: 10.1016/J.AUTCON.2018.11.028.

[20] M. Gkantou, M. Muradov, G. S. Kamaris, K. Hashim, W. Atherton, and P. Kot, "Novel electromagnetic sensors embedded in reinforced concrete beams for crack detection," *Sensors (Switzerland)*, vol. 19, no. 23, p. 5175, Nov. 2019, doi: 10.3390/ s19235175.

[21] B. Goszczyńska, G. Świt, W. Trąmpczyński, A. Krampikowska, J. Tworzewska, and P. Tworzewski, "Experimental validation of concrete crack identification and location with acoustic emission method," *Arch. Civ. Mech. Eng.*, vol. 12, no. 1, pp. 23 –28, 2012, doi: https://doi.org/10.1016/j.acme.2012.03.004.

[22] M. M. M. Islam and J.-M. Kim, "Vision-Based Autonomous Crack Detection of Concrete Structures Using a Fully Convolutional Encoder—Decoder Network," *Sensors*, vol. 19, no. 19, p. 4251, 2019, doi: 10.3390/s19194251.

[23] K. S. C. Kuang, Akmaluddin, W. J. Cantwell, and C. Thomas, "Crack detection and vertical deflection monitoring in concrete beams using plastic optical fibre sensors," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 14, no. 2, pp. 205–216, Feb. 2003, doi: 10.1088/0957-0233/14/2/308.

[24] K. Ohno, "Crack classification in concrete based on acoustic emission," *Constr. Build. Mater.*, vol. 24, no. 12, pp. 2339–2346, 2010, doi: 10.1016/J.CONBUILDMAT.2010.05.004.

[25] A. Wosniok *et al.*, "Static load monitoring of a concrete bridge using a highprecision distributed fiber optic sensor system," in *SMAR 2019 - Proceedings*, 2019, pp. 1–8.

[26] Z. Chen, D. Zheng, J. Shen, J. Qiu, and Y. Liu, "Research on distributed opticalfiber monitoring of biaxial-bending structural deformations," *Measurement*, vol. 140, pp. 462–471, Jul. 2019, doi: 10.1016/J.MEASUREMENT.2019.04.031.

[27] M. M. M. and G. M. F., "Fiber Optic Sensors and Digital Image Correlation for Measuring Deformations in Reinforced Concrete Beams," *J. Bridg. Eng.*, vol. 23, no. 3, p. 4017144, Mar. 2018, doi: 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001189.

[28] T. Bao, J. Li, X. Zhu, and C. Gu, "Analysis of strain transfer between surfacebonded plastic optical fibers and concrete," *Opt. Eng.*, vol. 58, no. 2, pp. 1–8, Feb. 2019, doi: 10.1117/1.0E.58.2.027107.

[29] F. Gao, H. Zhou, H. Liang, S. Weng, and H. Zhu, "Structural deformation monitoring and numerical simulation of a supertall building during construction stage," *Eng. Struct.*, vol. 209, p. 110033, 2020, doi: https://doi.org/10.1016/ j.engstruct.2019.110033.

[30] D. Xu, J. Yin, and H. Liu, "A new measurement approach for deflection monitoring of large-scale bored piles using distributed fiber sensing technology," *Measurement*, vol. 117, pp. 444–454, 2018, doi: https://doi.org/10.1016/ j.measurement.2017.12.032.

[31] W. Hong, K. Lv, B. Li, Y. Jiang, X. Hu, and Q. Qu, "Deflection determination of concrete structures considering nonlinearity based on long-gauge strain sensors," *Smart Mater. Struct.*, vol. 26, no. 10, p. 105023, Oct. 2017, doi: 10.1088/1361-665X/ aa87d7.

[32] J. S. Bajić, M. Z. Marković, A. Joža, D. D. Vasić, and T. Ninkov, "Design calibration and characterization of a robust low-cost fiber-optic 2D deflection sensor," *Sensors Actuators A Phys.*, vol. 267, pp. 278–286, 2017, doi: https:// doi.org/10.1016/j.sna.2017.10.014.

[33] H. Jayaseelan, B. W. Russell, and A. C. Webb, "Early Age Deflections in Newly Rehabilitated Steel Girder Bridges Made Composite with Concrete Slabs," *Struct. Eng. Int.*, vol. 29, no. 4, pp. 575–585, Oct. 2019, doi: 10.1080/10168664.2019.1605326.

[34] C. Zhang, Y. Ge, Z. Hu, K. Zhou, G. Ren, and X. Wang, "Research on deflection monitoring for long span cantilever bridge based on optical fiber sensing," *Opt. Fiber Technol.*, vol. 53, p. 102035, 2019, doi: https://doi.org/10.1016/j.yofte.2019.102035.

[35] Y. Tian, J. Zhang, Q. Xia, and P. Li, "Flexibility identification and deflection prediction of a three-span concrete box girder bridge using impacting test data," *Eng. Struct.*, vol. 146, pp. 158–169, 2017, doi: https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.05.039.

[36] H. Lahamy, D. D. Lichti, J. Steward, M. El-Badry, and M. Moravvej, "Measurement of Deflection in Concrete Beams During Fatigue Loading Test Using the Microsoft Kinect 2.0," *J. Appl. Geod.*, vol. 10, no. 1, pp. 71–77, 2016, doi: https://doi.org/10.1515/jag-2015-0023.

WHAT DO YOU THINK?

To discuss this paper, please submit up to 500 words to the editor at bm.edificacion@upm.es. Your contribution will be forwarded to the author(s) for a reply and, if considered appropriate by the editorial panel, will be published as a discussion in a future issue of the journal.