



Received: 18-04-2020
Accepted: 26-04-2020

Anales de Edificación
Vol. 6, N°2, 62-69 (2020)
ISSN: 2444-1309
Doi: 10.20868/ade.2020.4497

Diseño digital y fabricación de grupos de superficies arquitectónicas complejas, eficientes y continuas.

Digital Design and Fabrication of Clusters of Complex, Efficient and Continuous Architectural Surfaces.

Andrés Miguel Rodríguez^a & Jesús Anaya^b

^a Architect, MSc. Phd Candidate. Escuela Técnica Superior de Arquitectura. Departamento de Construcción y Tecnología Arquitectónicas. Universidad Politécnica de Madrid (andresmiguel.rodriquezr@alumnos.upm.es), ^b Phd. Architect. Prof. UPM. Escuela Técnica Superior de Arquitectura. Departamento de Construcción y Tecnología Arquitectónicas. Universidad Politécnica de Madrid. (jesus.anaya@upm.es)

Resumen—El auge y desarrollo de las herramientas de diseño, edición y fabricación digital en la producción arquitectónica, ha permitido que arquitectos e ingenieros puedan materializar elementos con una gran complejidad programática y formal y con un comportamiento estructural eficiente. La aplicación a la producción arquitectónica de los principios que están presentes en las superficies mínimas con estructura cristalina es de interés para el diseño, edición y fabricación digital de nuevas soluciones arquitectónicas basadas en superficies continuas, complejas y eficientes con una alta capacidad de prefabricación. La investigación presenta como pueden obtenerse y fabricarse con métodos digitales avanzados de diseño y fabricación, como la impresión 3D aditiva, una gran variedad de nuevas topologías arquitectónicas modulares, que pueden conformar en ocasiones agrupaciones complejas y porosas.

Palabras Clave— Morfología, diseño y fabricación digital, superficies complejas, estructuras de membranas.

Abstract—The rise and development of design, editing and digital manufacturing tools in architectural production has allowed architects and engineers to materialize elements with great programmatic and formal complexity and efficient structural behavior. The application to architectural production of the principles that are present in the minimum surfaces with crystalline structure is of interest for the design, edition and digital fabrication of new architectural solutions based on continuous, complex and efficient surfaces with a high prefabrication capacity. The research presents how a wide variety of new modular architectural topologies can be obtained and manufactured with advanced digital design and manufacturing methods, such as additive 3D printing, which can sometimes form complex and porous clusters.

Index Terms— Morphology, design and digital fabrication, complex surfaces, membrane structures.

I. INTRODUCCIÓN

El auge y desarrollo de las herramientas de edición y diseño digital en el desarrollo de la práctica arquitectónica, ha permitido el desarrollo de formas y tipologías que eran extremadamente complejas de dibujar y representar con anterioridad y que están basadas en superficies con un elevado grado de indeterminación formal y complejidad, en las cuales la geometría es una herramienta fundamental de análisis y ayuda para su obtención y comprensión. Todo esto, en conjunción con la implementación de las técnicas de fabricación digital, como la impresión 3D aditiva, ha permitido que arquitectos e ingenieros puedan materializar elementos con una gran complejidad programática y formal y con un comportamiento estructural eficiente.

La aplicación a la producción arquitectónica de los principios que están presentes en la morfogénesis y en la epigénesis de superficies mínimas con estructura cristalina (Rodríguez and Anaya, 2017), superficies mínimas triplemente periódicas (Fischer and Koch, 1984), especialmente de aquellas que contienen líneas rectas, es de interés para el diseño, edición y fabricación digital de nuevas soluciones arquitectónicas basadas en superficies continuas, complejas, eficientes y con una alta capacidad de prefabricación. Estas superficies surgen a partir de un parche hiperbólico simple, al cual se aplican las operaciones del grupo cristalográfico asociado relacionado con las redes de Bravais (Figura 1), produciendo una teselación tridimensional del espacio euclidiano. Este parche, es un polígono alabeado de n lados, cuyos bordes pueden corresponderse con las líneas recetas previamente mencionadas y en algunos casos incluso podrán identificarse con superficies doblemente regladas (Rodríguez and Anaya, 2018), con las ventajas que esto supone.

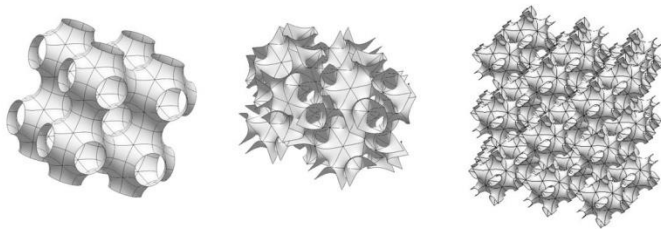


Fig. 1. Superficies con estructura cristalina formando agrupaciones complejas y porosas. De izquierda a derecha, superficies P, C(D) y Neovius.

Desde mediados del siglo XIX, autores como Schwarz (Schwarz, 1890), Neovius, Schoen (Schoen, 1970; Schoen, 2012), Fischer y Koch (Fischer and Koch, 1984; Fischer and Koch, 1990), Karcher y Polthier (Karcher and Polthier, 1996), Lord y Mackay (Lord and Mackay, 2003; Lord, 1997), Kawasaki (Kawasaki, 2003), Weber y Fujimori (Fujimori and Weber, 2009; Fujimori and Weber, 2008), han desarrollado

diversos métodos para su obtención y han ido presentando nuevos tipos y clases.

A partir de los años sesenta del siglo XX, empezamos a observar la aparición en el campo de la arquitectura de estudios relacionados de alguna forma con estas superficies. Se pueden destacar las investigaciones de Peter J. Pearce analizándolas como superficies mínimas infinitas periódicas continuas (Pearce, 1990), las de Haresh Lalvani estudiándolas como laberintos espaciales hiperbólicos (Lalvani, 1995), las de Michael Burt sobre poliedros esponjosos infinitos y sus superficies y redes asociadas (Burt y Korren, 1996; Burt, 2007a; Burt, 2007b; Burt, 2008), las de Ami Korren sobre retículas duales idénticos y sus superficies asociadas (Korren y Burt, 1995; Korren, 2001) y el trabajo de Vlad Tenu estudiando estas superficies como sistemas auto-organizados (Tenu, 2009).

A la vez que se están desarrollando estas investigaciones por parte de arquitectos y cristalógrafos a mediados del pasado siglo XX, algunos arquitectos presentan propuestas en las que podemos identificar estas superficies con estructura cristalina o superficies relacionadas con ellas, tal es el caso de las propuestas con materiales plásticos presentadas Hausermann y por Chanéac, las “Domobiles” y las “Cellules polyvalentes” respectivamente. En el siglo XXI, Toyo Ito realiza dos propuestas, una como concurso y la otra como edificio que finalmente se construye, en las que sus formas se asemejan a celdas unidad modificadas de superficies mínimas triplemente periódicas, son respectivamente el “Forum for Music, Dance and Visual Culture” en Gante y la “Metropolitan Opera House” en Taichung. Ya en la presente década de este siglo, Leeser Architecture presenta un edificio inspirado en la superficie Gyroid de Schoen deformada y adaptada, la “House of Hungarian Music”, Vicent Callebaut Architecture diseña en el año 2105 “Wooden Orchids”, un edificio de uso comercial formado por la unión de varias partes de una superficie Batwing de Schoen, UNStudio y Studio RAP muestran en la feria Building Holland en Amsterdam el prototipo The Gyroi, y en solitario UNStudio para la feria BAU 2017 en Munich desarrolla un stand realizado con ALPOLIC para Mitsubishi Plastics, basado en la superficie P de Schwarz deformada.

II. METODOLOGÍA PARA DISEÑO Y FABRICACIÓN DIGITAL DE AGRUPACIONES DE SUPERFICIES ARQUITECTÓNICAS CONTINUAS, COMPLEJAS Y EFICIENTES

Para la obtención de una gran variedad de nuevas tipologías arquitectónicas modulares, capaces en ocasiones de conformar agrupaciones complejas y porosas, formadas por superficies continuas, complejas y eficientes con un alto grado de replicabilidad, mediante métodos avanzados de diseño y fabricación digital se va a aplicar la siguiente metodología.

En un primer lugar, se va a llevar a cabo un estudio analítico de las superficies mínimas triplemente periódicas con el

objetivo de conocer sus principios morfogénéticos, las reglas básicas de su construcción, y reconocer aquellas características que poseen y que les permiten desarrollar su constructibilidad, reproducibilidad, periodicidad, complejidad y estabilidad (Figura 2). El siguiente paso será identificar las unidades mínimas que las constituyen y a partir de las cuales se construyen aplicando las transformaciones y las operaciones del grupo cristalográfico asociado. Posteriormente nos centraremos en aquellas que poseen líneas rectas coincidiendo con ejes de simetría y de esta forma centrar en una determinada variedad de superficies el objeto de la investigación. Se iniciará a partir de aquí el análisis de la epigenética de estas superficies, es decir cuál y cómo será su desarrollo a partir de las posibilidades de deformación que tienen, tanto en forma como en complejidad, para adaptarse a las necesidades programáticas, funcionales y formales propias de la arquitectura, se analizará también las consecuencias que tendrá en las redes que las constituyen, las operaciones a partir de las que se construyen y en la naturaleza de las propias superficies.

Una vez desarrollado este análisis, entraremos en el proceso de diseño y fabricación digital en sí mismo, analizando su obtención mediante distintos software y la manipulación de las mismas en ellos. Por medio de la impresión 3D aditiva desarrollaremos prototipos que nos permitirán conocer los límites de este método de fabricación digital para su construcción, así como los límites que serán consecuencia de su propia geometría (Figura 3).

III. MORFOGÉNESIS DE LAS SUPERFICIES MÍNIMAS TRIPLEMENTE PERIÓDICAS

Se realiza a continuación, un análisis de las características que definen intrínsecamente estas superficies por medio de la definición de las mismas, una breve genealogía de ellas y una descripción de cómo se obtienen. En último lugar nos centraremos en aquellas que contienen líneas rectas debido a las ventajas que entendemos que tienen este tipo en concreto.

Aquellas superficies mínimas que son invariables bajo traslación a lo largo de las tres direcciones independientes del espacio, reciben el nombre de superficies mínimas triplemente periódicas (Figura 4). Se caracterizan, en un primer momento, por tener curvatura media nula y curvatura gaussiana negativa en todos sus puntos. Analizándolas más profundamente, observamos que se caracterizan además por ser capaces de dividir en espacio tridimensional euclidiano en diferentes subvolúmenes multiconectados cuando extienden su celda unidad por dicho espacio. Estos subvolúmenes reciben el nombre de laberintos de la superficie (Fischer and Koch, 1990) y los definirán topológicamente una serie de redes interpenetradas que los recorren y que están relacionadas con las redes de Bravais asociadas a las superficies (Lord and Mackay, 2003), estas redes reciben el nombre de grafos del laberinto. Estos grafos, junto con su curvatura gaussiana, definirán su

complejidad topológica, representada por su género y con un valor siempre mayor o igual que 3 (Meeks III, 1990), esta complejidad será la responsable de las múltiples posibilidades de conexión que poseen.

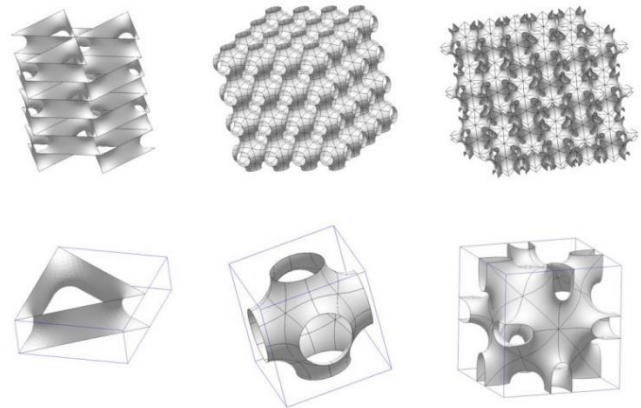


Fig. 2. Superficies triplemente periódicas. Abajo celda unidad, arriba copia de dicha celda en las tres direcciones constituyendo la superficie de forma periódica. De izquierda a derecha, superficies H, P y Neovius.

En 1856 Schwarz fue el primero en estudiarlas descubriendo las cinco primeras (Schwarz, 1890) y en 1883 Neovius descubrió una más. El siguiente avance de importancia tiene lugar al final de la década de los sesenta del siglo pasado cuando Alan Schoen, aplicando los principios de reflexión de Schwarz, las celdas caleidoscópicas de Coxeter y la transformación de Bonnet, obtiene nuevas superficies asociadas a distintas redes de Bravais (Schoen, 1970). En los años ochenta, Karcher probará su existencia matemática (Karcher, 1989), Fischer y Koch obtendrán muchas superficies desarrollando la manera en las que los ejes de simetría de binarios de los distintos a grupos espaciales son cubiertos por superficies mínimas y realizaron una exhaustiva clasificación de dichas superficies (Fischer and Koch, 1990). En los años noventa, Gozdz y Holyst presentan una nueva superficie, Karcher y Polthier desarrollan un método para la construcción de éstas (Karcher and Polthier, 1996) y Ken Brakke realiza el software Surface Evolver (Brakke, 1992). A principios del siglo XXI, Lord y Mackay realizan un estudio en profundidad de aquellas que tienen simetría cúbica (Lord and Mackay, 2003), Kawasaki clasificó de forma meticulosa aquellos polígonos alabeados que pueden generar estas superficies por medio de las operaciones relacionadas con las simetrías de los diferentes grupos cristalográficos (Kawasaki, 2003) y Fujimori y Weber desarrollan un método distinto a los anteriores para obtenerlas (Fujimori and Weber, 2009; Fujimori and Weber, 2008).

Todas las superficies mínimas triplemente periódicas están relacionadas con alguno de los 230 grupos espaciales cristalográficos debido a que su grupo de organización o simetría será uno de ellos, perteneciendo a uno de los siete sistemas cristalinos (triclínico, monoclínico, ortorrómbico, tetragonal, trigonal, hexagonal y cúbico). Las superficies

mínimas triplemente periódicas se construyen cuando un polígono alabeado hiperbólico, un parche que resuelve el problema de Plateau y el isoperimétrico dentro de los poliedros definidos por los planos de simetría del grupo cristalográfico asociado, se copia al aplicar las transformaciones de dicho grupo espacial cristalográfico, simetrías y copias sobre todo, cumpliendo con los principios de reflexión Schwarz (Lord and Mackay, 2003; Schoen, 1970; Schoen, 2012). Debido a este proceso, surge la superficie al producirse una teselación tridimensional del espacio euclidiano.

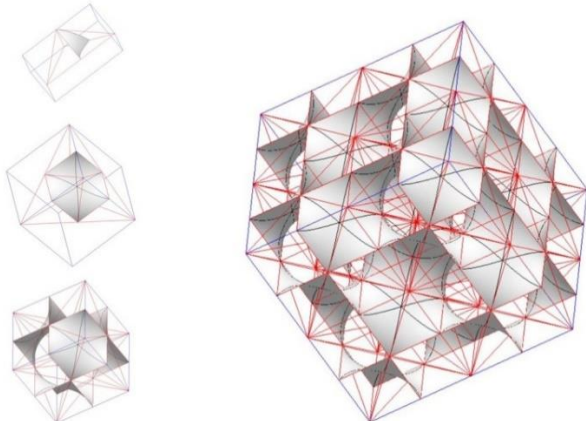


Fig. 3. Superficie D. A la izquierda de arriba abajo, parche de superficie o región fundamental, 1/8 de la superficie y la celda unidad. A la derecha desarrollo formado por ocho celdas unidad, en color los ejes que delimitan las unidades asimétricas.

Algunas de estas superficies contienen líneas rectas en ellas, que normalmente coinciden con estructuras formadas por los ejes de simetría binarios del grupo espacial cristalográfico asociado (Lord and Mackay, 2003). Estas superficies triplemente periódicas que contienen líneas rectas dividen el espacio en dos regiones que pueden mapearse una sobre la otra, congruentes, con el mismo volumen (Lord, 1997). En 1996, Koch y Fischer las clasificaron en varios grupos en función del tipo de redes o bordes a partir de los que se obtienen: polígonos alabeados, como por ejemplo las superficies P, C(P) D, C(D), S, CLP, HS1, HS2, Pa3, Y y C(Y); catenoides ramificados, como BC1, BC2 y BC3 (Fischer y Koch, 1989a); múltiples catenoides, como pueden ser las superficies I-6, I-8, I-9 (Fischer y Koch, 1989b), parches de superficie parecidos a catenoides, como las superficies H, RI, RII, RIII (Fischer y Koch, 1989c); bandas infinitas como la superficie ST1 y ST2 (Fischer y Koch, 1989d).

Por todo lo visto hasta aquí, la continuidad y la periodicidad intrínsecas a la propia naturaleza de estas superficies, serán condiciones indispensables para la estabilización estructural de las mismas. La continuidad y su mantenimiento al aplicar las operaciones que permiten la expansión de la superficie a lo largo del espacio, producen la auto-estabilización de las distintas partes que las componen si se conservan en la copia los principios de reflexión Schwarz (Rodríguez and Anaya,

2017). Si durante el crecimiento periódico, resultado de la copia de la celda unidad en las tres direcciones del espacio, estos principios se mantienen también, la periodicidad permitirá por el mismo mecanismo la auto-estabilización de las superficies (Rodríguez and Anaya, 2017). La eficiencia de estas superficie es una consecuencia de su propia naturaleza al ser sus parches resultado de la resolución del problema isoperimétrico en la unidad asimétrica de la superficie, poliedro formado por los planos de simetría del grupo espacial cristalográfico en la celda unidad, y en la propia celda unidad a mayor escala (Ros, 2001), como consecuencia de esto, su área es la menor posible en función de unos bordes determinados y un volumen dado y su tensión superficial será mínima también.

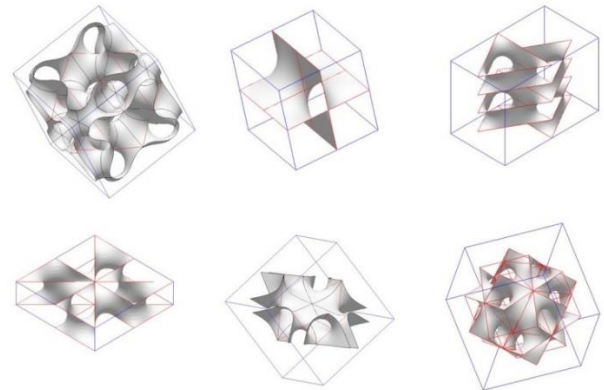


Fig. 4. Celda unidad de algunas superficies triplemente periódicas que contienen líneas rectas. De izquierda a derecha y de arriba abajo, superficies Manta de Schoen, I-9, CLP, C(D), H y Pa3.

IV. EPIGÉNESIS DE LAS SUPERFICIES MÍNIMAS TRIPLEMENTE PERIÓDICAS

Entendemos por epigénesis de las superficies mínimas triplemente periódicas, al conjunto de operaciones a las que se puede someter a estas superficies para que sea posible su adaptación a las necesidades programáticas, funcionales, formales y estructurales propias de la arquitectura. En ocasiones la estructura y la forma original de la superficie puede resultar rígida o inadecuada para su utilización.

Estas superficies, con objeto de modificar su forma, se pueden someter a operaciones de escalado parciales o totales en una o dos direcciones, en tres direcciones carece de interés porque es un simple escalado de la celda unidad. Los parches mininos que las constituyen no pueden escalarse de forma independiente, debe escalarse una agrupación mínima de éstos para que las características que definen a estas superficies en cuestiones como la constructabilidad, la periodicidad y la continuidad se conserven. Podemos escalar la mitad de la superficie en una dirección, una mitad en una dirección y otra mitad en otra, siempre actuando sobre la unidad mínima que hemos detectado que se puede deformar sin modificar sus características, que es 1/8 de la celda unidad. Estas

deformaciones tendrán consecuencias sobre la totalidad de la superficie, modificando el sistema cristalino y el grupo cristalográfico al que se encuentra asociada y por tanto las operaciones a través de las cuales se construye, o sobre parte de ella, pasando la superficie a ser una agrupación formada por dos partes formalmente diferenciadas, que se desarrollan en continuidad una con otra, pero que están asociadas a distintos sistemas cristalinos y grupos cristalográficos con operaciones distintas (Rodríguez and Anaya, 2017), por ejemplo una parte estará asociada al sistema o a grupos del sistema cúbico y otras partes al sistema o a grupos del sistema ortorrómbico.

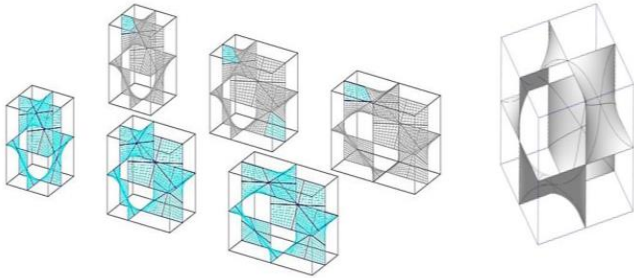


Fig. 5. Superficie D. Deformaciones de la celda unidad al modificar las dimensiones de una de sus mitades manteniendo las líneas rectas que contiene y cambiando en la que se deforma el sistema cristalino y el grupo cristalográfico asociado. Se identifica el parche de la superficie.

Estas deformaciones descritas presentan la ventaja de que mantienen la existencia de las líneas rectas que presentan las superficies en las que nos hemos centrado, y su mantenimiento supone el mantenimiento también de las características de continuidad y periodicidad que poseen (Figura 5). Las consecuencias que producirán estas deformaciones si tendrá influencia en la replicabilidad, ya que la agrupación formada por la traslación de la celda unidad o la celda unidad en sí, pasan de construirse a partir de un único parche de superficie a construirse a partir de varios y las operaciones para su obtención no serán las mismas en todo el conjunto. A pesar de esto, dicho grado de replicabilidad sigue siendo alto porque el número de parches y de operaciones se encuentra controlado y definido de forma unívoca.

Otra forma de modificar estas superficies es modificando su complejidad topología (Rodríguez and Anaya, 2017). La complejidad está relacionada con el número de caras, lados y vértices de un poliedro, por lo que se puede incrementar el grado de complejidad de dos maneras: insertando en las superficies nuevos túneles catenoidales (Karcher and Polthier, 1996) o insertando nuevos lados o bordes los polígonos periódicos que hay dentro de la unidad asimétrica (Fujimori and Weber, 2009; Fujimori and Weber, 2008). La inserción de nuevos túneles catenoidales uniendo caras existentes de la superficie generará cambios en el comportamiento estructural de la superficie en su conjunto, pero se mantendrá la continuidad y la periodicidad (Figura 6).

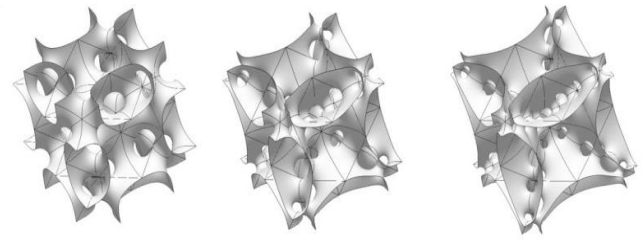


Fig. 6. Superficie Batwing. Deformación resultado de introducir túneles catenoidales o bordes nuevos el parche de la superficie. Como consecuencia varía el género de estas. De izquierda a derecha Batwing $g=25$, $g=41$ y $g=57$.

V. DISEÑO Y FABRICACIÓN DIGITAL DE AGRUPACIONES DE SUPERFICIES ARQUITECTÓNICAS CONTINUAS, COMPLEJAS Y EFICIENTES

Para el diseño y fabricación digital de agrupaciones de superficies arquitectónicas continuas, complejas y eficientes, tras el proceso de análisis de sus características morfogenéticas y epigenéticas, procederemos a la obtención gráfica de modelos basados en estas superficies, desde parches a partes de la celda unidad y desde celdas unidad a agrupaciones y deformaciones.

Existen varios métodos para la obtención gráfica de estas superficies. Se pueden obtener digitalmente mediante un software de programación visual utilizando sus fórmulas trigonométricas de la de la forma $F(x,y,z)=0$ (Wohlgemuth et al., 2001), la dificultad que presenta este método es que la obtención de estas fórmulas es extremadamente complejo y existen un número reducido de superficies así expresadas. El método que hemos usado nosotros para producir digitalmente las agrupaciones y las superficies, al haber acotado la investigación a aquellas superficies triplemente periódicas que contienen líneas rectas, consiste en identificar estas líneas rectas y los parches de superficie que las conforman, cuando es posible asimilamos estos parches a paraboloides hiperbólicos, y posteriormente deformamos los parches manteniendo las líneas rectas, de esta forma obtenemos una gran variedad de superficies y soluciones adaptadas a nuestros criterios.

Se ha utilizado el software Surface Evolver al existir un gran número de superficies programadas para él (Brakke, 2018) que se pueden utilizar como base y se puede manipular su código para: estudiarlas, identificar líneas rectas; obtener parches de superficies, partes de las superficies o celdas unidad. Incluso es posible exportar un archivo STL sin grosor de las partes y superficies anteriormente citadas para trabajar con ellos como mallas en Blender (Blender, 2018), extrayendo y aislando de ellas el conjunto de líneas rectas que recorren la superficie y los bordes sobre las caras de la celda unidad y las unidades asimétricas, posteriormente, estas rectas y curvas formarán un conjunto de elementos de control para la constitución de nuevas superficies y poder deformarlas controladamente, estirando en una o dos direcciones estos elementos de control y construyendo nuevas superficies a partir de estas nuevas posiciones que se han dispuesto.

Con el software Blender (Blender, 2018) se ha llevado a cabo una serie de acciones: hemos identificando líneas rectas en las superficies, se han obtenido aplicando operaciones booleanas las distintas partes que las forman, debido a que como conocemos los planos de simetría de los grupos cristalográficos asociados que constituyen las unidades asimétricas podemos dividir las en sus respectivos parches o regiones fundamentales, octavos, cuartos y mitades; las hemos deformado en su totalidad o parcialmente; las hemos construido aplicando las transformaciones del grupo; hemos copiado de forma periódica partes para formar agrupaciones complejas y continuas; tras darles distintos grosores a las distintas piezas obtenidas, hemos analizado estas mallas para su impresión 3D mediante las herramientas que tiene este software y por último hemos obtenido nuevos STL para, mediante un software de laminado 3D, como Ultimaker Cura o Slic3r, obtener los G-codes necesarios para producir los prototipos mediante impresión 3D aditiva.

Se han impreso prototipos tridimensionales (Figuras 7 y 8). El material utilizado ha sido PLA de 1,75 mm y para estos primeros prototipos hemos utilizado una impresora 3D cartesiana de sobremesa, con extrusor tipo Bowden de 0,4 mm de diámetro, la temperatura extrusión ha sido 205° y la cama caliente se ha calentado a 50°. La velocidad de impresión ha sido uno de los parámetros en el que más se ha intervenido para que la cantidad de material fuera la mínima posible y así ver como el material se deposita para constituir la forma de la superficie, intentando entender los patrones que forma la deposición del material y si tienen alguna relación con la curvatura de las superficies. También se ha variado el grosor de las piezas con el mismo objetivo, ver las forma en que se deposita en material para obtener la superficie. Se han deformado piezas para obtener el límite hasta el cual se pueden deformar las geométricas y con el mismo tamaño, grosor y velocidad pueden seguirse imprimiendo. Se han impreso también piezas aisladas y en continuidad de forma que se pudieran sacar conclusiones sobre si la agrupación, la periodicidad y la continuidad permiten mejorar la impresión de geométricas hiperbólicas y con curvaturas acusadas.

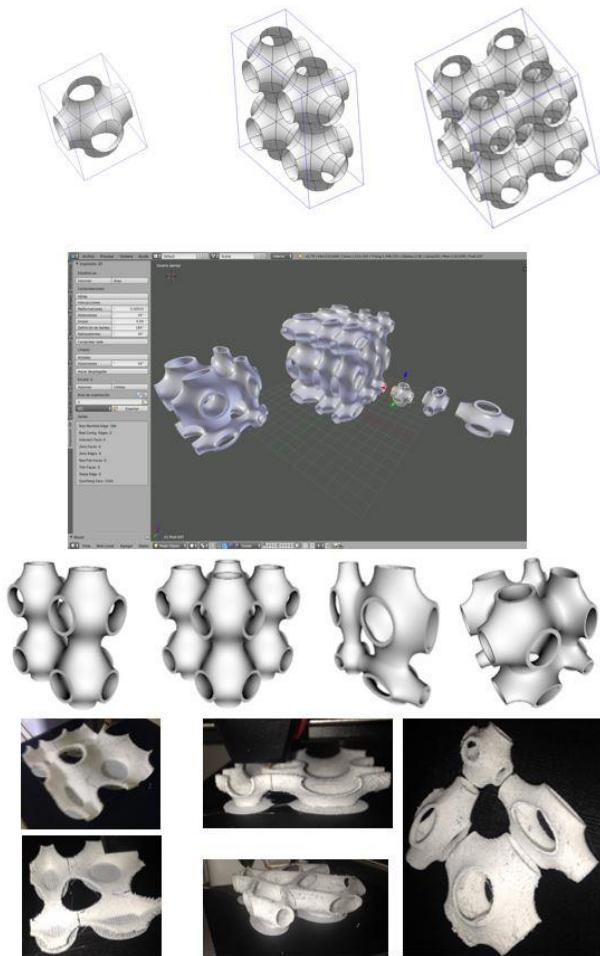


Fig. 7. Superficie P. A partir de un STL de la superficie se han obtenido las líneas rectas que contienen y se han deformado hasta obtener redes para nuevas superficies. Se han organizado las celdas unidad formando en agrupaciones continuas, complejas y porosas. Se han exportado nuevos STL para su posterior impresión 3D aditiva. Se muestran imágenes del proceso de impresión.

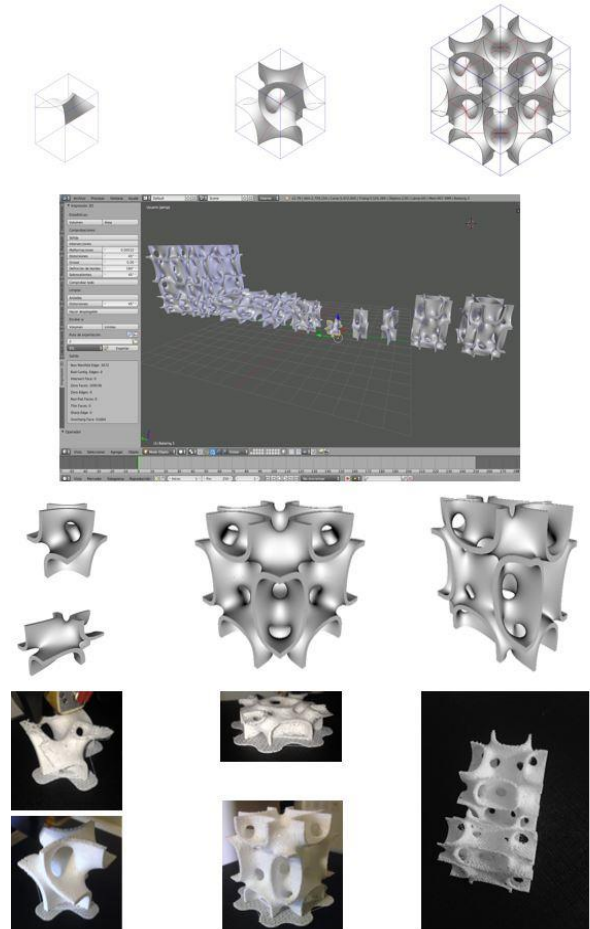


Fig. 8. Superficie Batwing. Partiendo de un STL de la superficie se han obtenido las líneas rectas que contienen y se han deformado hasta obtener redes para nuevas superficies, también mediante operaciones booleanas se han ido obteniendo las partes mínimas que pueden deformarse conservando las líneas rectas identificadas y se han deformado. Se han organizado las...

celdas unidad a partir de octavos de superficie deformados o no y a partir de nuevos parche generados a partir de las redes de líneas rectas y bordes aislados formando en agrupaciones continuas, complejas y porosas. Se han exportado STL para importarlos a software de laminado 3D para su posterior impresión. Se muestran imágenes del proceso de impresión.

VI. CONCLUSIONES

Se pueden obtener una gran variedad de nuevas tipologías arquitectónicas modulares formadas por superficies continuas, complejas y eficientes con un alto grado de replicabilidad, que pueden conformar en ocasiones agrupaciones complejas y porosas, mediante aplicación de los principios morfogenéticos y epigenéticos presentes en la construcción de las superficies mínimas triplemente periódicas, especialmente de aquellas que contienen líneas rectas y cuyos parches pueden asimilarse en algunos casos a superficies regladas, paraboloides hiperbólicos, con las ventajas que esto supone, que van desde la facilidad constructiva hasta la existencia de juntas rectas entre sus diferentes piezas constitutivas.

Su eficiencia se basa en su propia naturaleza, y su continuidad y periodicidad intrínseca garantiza su estabilidad y comportamiento estructural.

Las líneas rectas que contienen algunos tipos, nos permiten tener un mecanismo de control para representarlas, deformarlas y producir nuevas superficies o variantes híbridas con distintas partes asociadas a distintos sistemas cristalinos y grupos cristalográficos utilizando herramientas de diseño digital avanzado e incluso generativo. Será clave mantener la existencia de estas líneas rectas con el objetivo de conservar y controlar la continuidad y la periodicidad de las superficies. En los procesos de deformación variará de forma controlada su grado de prefabricación, debido a que la superficie resultante se construirá, no a partir de una sola pieza, si no de varias, y se añadirán nuevas operaciones asociadas a los sistemas cristalinos y los grupos espaciales cristalográficos asociados a cada una de sus distintas partes.

La fabricación digital mediante impresión 3D aditiva de agrupaciones complejas y porosas formadas por superficies continuas, complejas y eficientes relacionadas con superficies mínimas triplemente periódicas, presenta una serie de ventajas. La auto-estabilización intrínseca de estas superficies, producida por la continuidad y periodicidad inherente a su naturaleza y geometría, por la que unas partes estabilizan y soportan a otras, nos ha permitido imprimir piezas con ángulos y curvaturas que o bien no se pueden imprimir de forma aislada con esta técnica porque colapsarían durante su producción, o bien se desperdicia mucho material y se incrementan los tiempos de fabricación por la una gran cantidad de soportes ajenos a ellas que necesitan durante el proceso.

Durante el proceso de impresión de los prototipos se ha observado que existe una relación entre la geometría de las piezas y el grosor que necesitamos darle a las mismas. Ante

determinadas deformaciones extremas y curvaturas tendentes a 0° , es necesario incrementar el grosor de las piezas en determinadas zonas para evitar errores, como se dijo anteriormente la continuidad y periodicidad de las superficies permite su impresión porque las partes se estabilizan mutuamente, pero en esas condiciones angulares aparecen puntos concretos donde la deposición de material es escasa o imprecisa. Esto se solucionará mediante una programación manual de los G-codes que permitan controlar el grosor de las piezas en función de la geometría y curvatura de sus partes.

REFERENCIAS

- Rodríguez, A.M.; Anaya, J. (2017). Morphogenesis of continuous, efficient and complex architectural surfaces associated to crystal systems. *International Association for Shell and Spatial Structures (IASS), Proceedings of IASS Annual Symposia, Vol. 2017 (23) 1-10.*
- Fischer, W.; Koch, E. (1984). On 3-periodic minimal surfaces. *Zeitschrift für Kristallographie-Crystalline Materials* 179(1-4), 31-52.
- Rodríguez, A.M.; Anaya, J. (2018). From simplicity to complexity: clusters of complex continuous efficient surfaces from simple doubly ruled surface patches. *International Association for Shell and Spatial Structures (IASS), Proceedings of IASS Annual Symposia, Vol. 2018 (13) 1-8.*
- Schwarz, H.A. (1890). *Gesammelte mathematische Abhandlungen, vol. I, Springer H.A. Schwarz, Gesammelte mathematische Abhandlungen, vol. I, Springer.*
- Schoen, A. H. (1970). "Infinite periodic surfaces without self-intersections", NASA TN D-5541. Springfield, VA: Federal Scientific and Technical Information.
- Schoen, A. H. (2012). "Reflections concerning triply-periodic minimal surfaces", *Interface focus*, vol 2(5), 658-668.
- Fischer, W.; Koch, E. (1990). Crystallographic aspects of minimal surfaces, *Le Journal de Physique Colloques*, 51, C7 131-147.
- Karcher, H.; Polthier, K. (1996). Construction of triply periodic minimal surfaces, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 354, 2077-2104.
- Lord, E. A.; Mackay, A. L. (2003). Periodic minimal surfaces of cubic symmetry, *Current Science*, 85, 346-362.
- Lord, E. A. (1997). Triply-periodic balance surfaces, *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 129, 279-295.
- Kawasaki, T. (2003). Classification of spatial polygons that could possibly generate embedded triply periodic minimal surfaces, *Tokyo Journal of Mathematics*, 26(1), 23-53.
- Fujimori, S.; Weber, M. (2009). Triply periodic minimal surfaces bounded by vertical symmetry planes, *Manuscripta*

- Mathematica, 129(1) (2009) 29-53.
- Fujimori, S.; Weber, M. (2008). A construction method for triply minimal surfaces, Proceedings of the 16th OCU International Academic Symposium, OCAMI Studies, 3 (2008), 79- 90.
- Pearce, P.J. (1990). Structure in nature is a strategy for design. The MIT Press, 1990.
- Lalvani, H. (1995). Families of Multi-directional Periodic Space Labyrinths, Structural Topology 21, 47-58.
- Burt, M. y Korren, A. (1996). Periodic Hyperbolic Surfaces and subdivision of 3-Space, Katachi Symmetry, Springer Japan, 179-183.
- Burt, M. (2007a). Periodic Sponge Surfaces and Uniform Sponge Polyhedra in Nature and in the Realm of the Theoretically Imaginable, Mathematical Institute SASA, Visual Mathematics, 36, 0-0.
- Burt, M. (2007b). Periodic Sponge Polyhedra-expanding the Domain, ISIS-Symmetry, In Form and Symmetry: Art and Science, 500-504.
- Burt, M. (2008). Uniform Networks in 3-dimensional Space, Mathematical Institute SASA, Visual Mathematics 39, 10-15.
- Korren, A.; Burt, M. (1995). Self-Dual Space Lattices and Periodic Hyperbolic surfaces, Symmetry: Natural and Artificial. Budapest: Symmetrion. ISIS Symmetry, Symmetry: Culture and Science, 6 (1).
- Korren, A. (2001). Identical Dual Lattices and Subdivision of Space. Mathematical Institute SASA, Visual Mathematics 12(3).
- Tenu, V. (2009). Minimal surfaces as self-organizing systems: a particle-spring system simulation for generating triply periodic minimal surface tensegrity structure, Tesis Doctoral, UCL (University College London).
- Meeks III, W. H. (1990). The theory of triply periodic minimal surfaces Indiana University Math Journal, vol. 39(3), 877-936.
- Karcher, H. (1989). The triply periodic minimal surfaces of Alan Schoen and their constant mean curvature companions, Manuscripta Mathematica, Springer 64(3), 291-357.
- Brakke, K. A. (1992). "The surface evolver", Experimental mathematics vol. 1(2), pp. 141-165.
- Fischer, W.; Koch, E. (1989a). New surface patches for minimal balance surfaces. I. Branched catenoids, Acta Crystallographica Section A: Foundations of Crystallography, 45(2), 166-169.
- Fischer, W.; Koch, E. (1989b). New surface patches for minimal balance surfaces. II. Multiple catenoids, Acta Crystallographica Section A: Foundations of Crystallography, 45(2), 169-174.
- Fischer, W.; Koch, E. (1989c). New surface patches for minimal balance surfaces. IV. Catenoids with spout-like attachments, Acta Crystallographica Section A: Foundations of Crystallography, 45(8), 558-563.
- Fischer, W.; Koch, E. (1989d). New surface patches for minimal balance surfaces. III. Infinite strips, Acta Crystallographica Section A: Foundations of Crystallography, 45(7), 485-490.
- Ros, A. (2001). The isoperimetric problem, Global theory of minimal surfaces 2, 175-209.
- Wohlgemuth, M.; Yufa, N.; Hoffman, J.; Thomas, E. L. (2001). Triply periodic bicontinuous cubic microdomain morphologies by symmetries, Macromolecules, 34(17), 6083-6089.
- Brakke. K. (2018). Susquehanna University, Mathematics Department, <http://facstaff.susqu.edu/brakke/evolver/examples/periodic/periodic.html>, (accessed 15 February 2018).
- Blender (2018). Blender software, <https://www.blender.org/>, (accessed 15 February 2018).



Reconocimiento – NoComercial (by-nc): Se permite la generación de obras derivadas siempre que no se haga un uso comercial. Tampoco se puede utilizar la obra original con finalidades comerciales.